



パズル・ゲームで 数学を楽しもう！

伊藤大雄

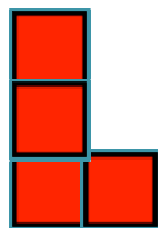
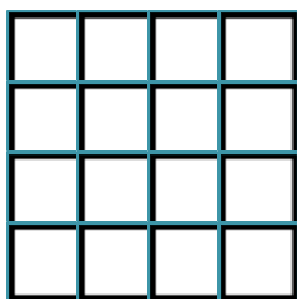
電気通信大学 大学院 情報理工学研究科

2012.08.07

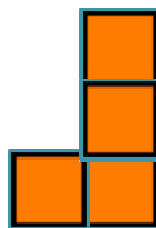
愛知学院大学 モーニングセミナー

肩慣らし

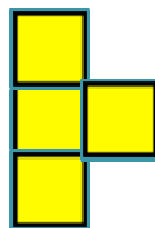
- 左の4x4の盤を、右の5つのピースから4つ選んで埋め尽くすことができる(回転可)。不要なピースはどれか？



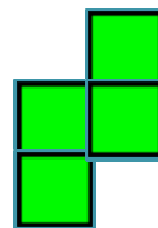
(a)



(b)



(c)



(d)

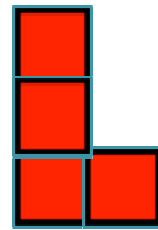
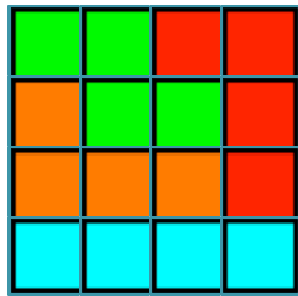


(e)

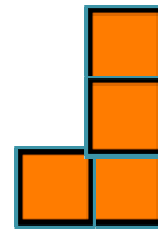
- 実は、答は見た瞬間に分かる。

(普通の)解答

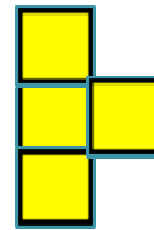
- この様に詰めれば、cが不要。



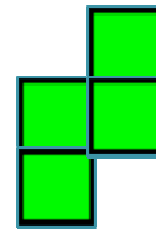
(a)



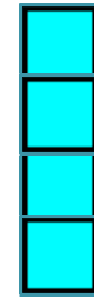
(b)



(c)



(d)



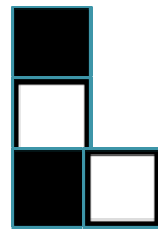
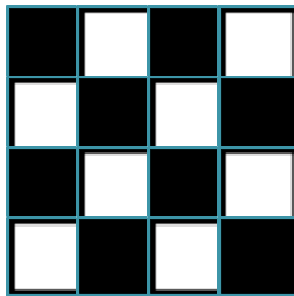
(e)

- 答はこれだけ？
- 他のピースを外したら駄目？

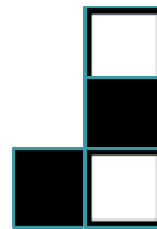


- 答：駄目。何故か？

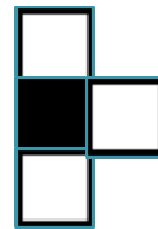
cのみであることの証明



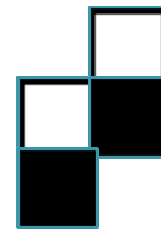
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

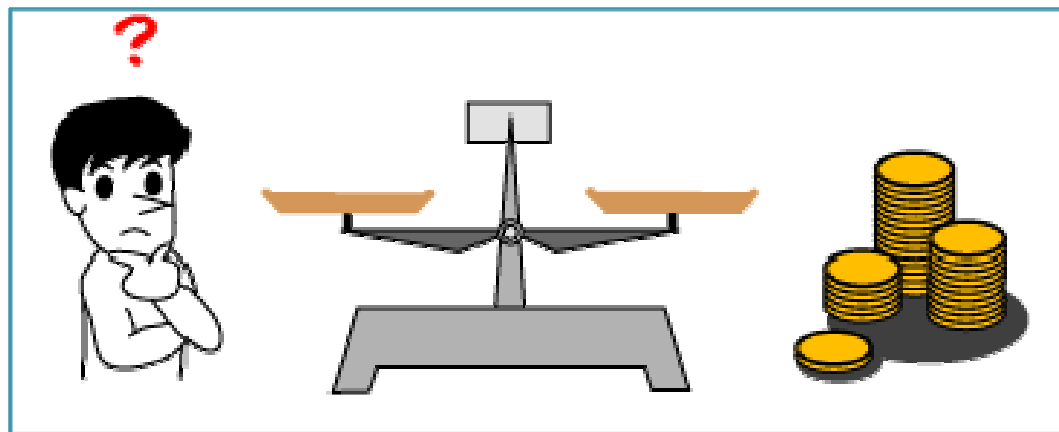
- 盤面は白黒同数である。
- cを残すとピースの白黒の数の合計が同数で無くなる
- よってcを残すと詰込みは不可能！
- 証明終わり！

自己紹介

- 伊藤大雄(いとう ひろお)
- 出身:名古屋市昭和区
- 京都大学 工学部 数理工学科 卒
- 学位:京都大学 博士(工学)
- 現職:電気通信大学 大学院
情報理工学研究科 教授
- 代表的な成果:一般化ハムサンドイッチ定理(岩波数学事典 第4版 P. 491)

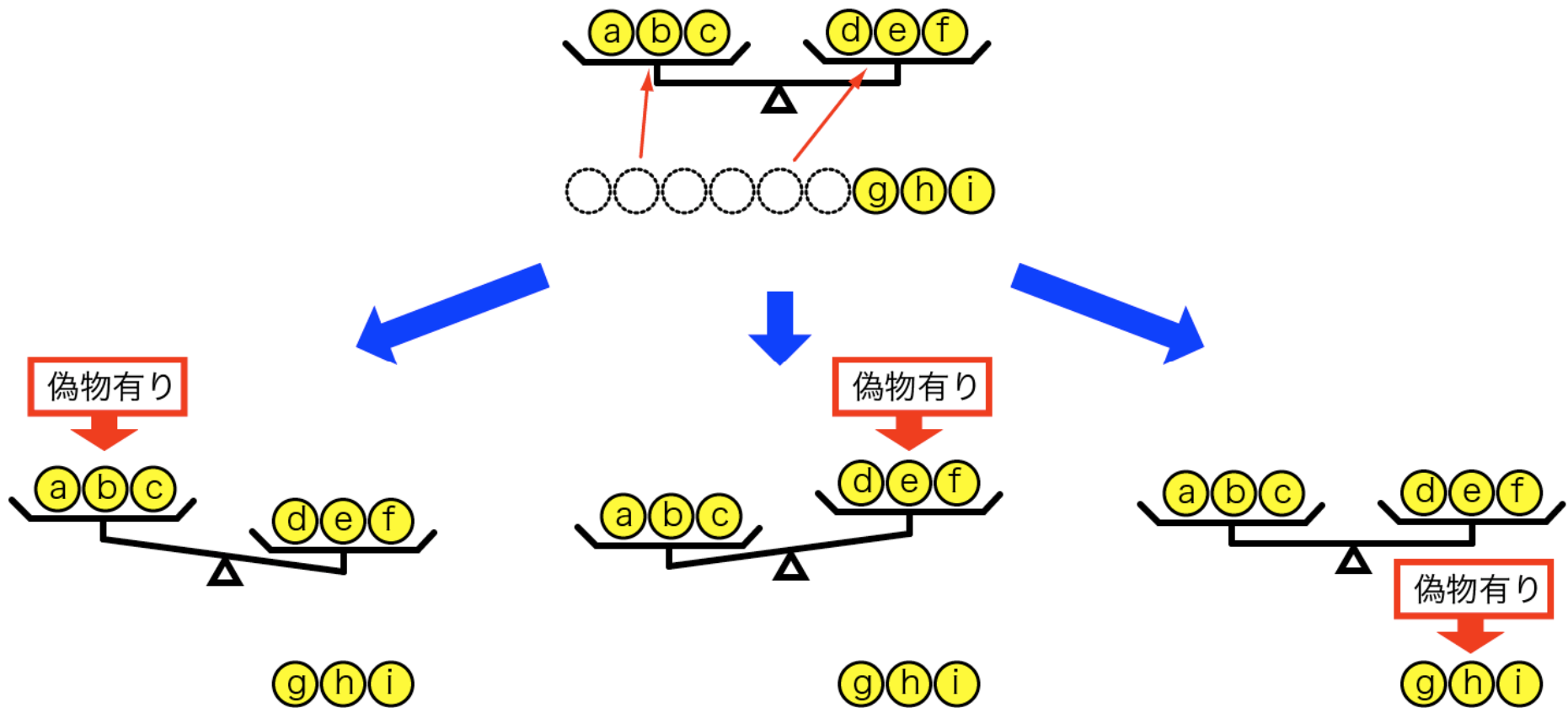
肩慣らしその2

- 9個のコインがあり、そのうちの**一つ**が偽物である。外見は同じだが、偽物は重さが少しだけ**軽い**。偽物を判別する手段は天秤を使って重さを比較するしかない。天秤の使用回数の最小数を求めよ。



● 答：2回

- 左右に3つずつ載せる。



- 3つになれば、後は左右に一つずつ載せれば判別可。

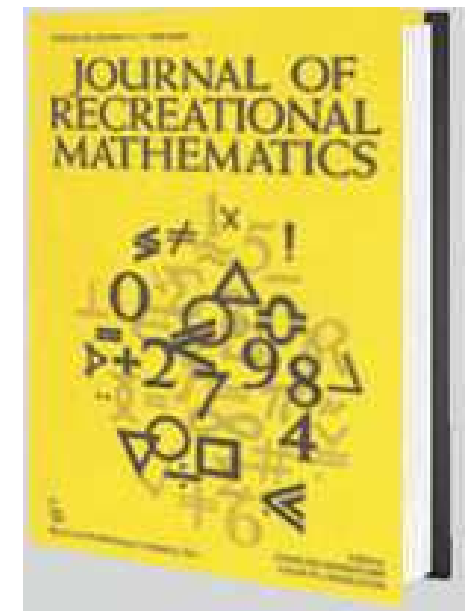
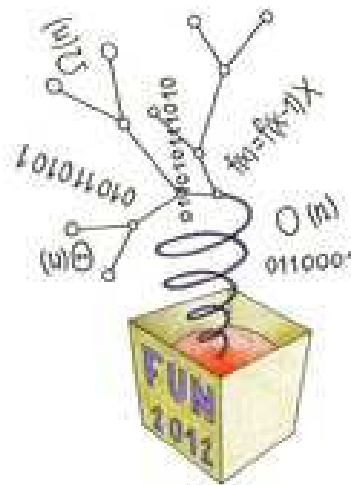
2回では9個が限界？

- 命題: 天秤2回使用では9個までしか判別できない。
 - 証明: 天秤を1回使った結果は「右が軽い」「左が軽い」「釣り合う」の3通りである。
 - すなわち1回の天秤使用では3通りの場合の区別しかできない。
 - 従って2回では $3 \times 3 = 9$ 通りの場合の区別しかできない。
 - 10個を判別するためには、10通りの区別が必要。従って不可能。□
- これは「 n 個で $\left\lceil \log_3 n \right\rceil$ 回必要」と一般化できる。

ここが数学！

娯楽数学

- Recreational Mathematics
- パズル・ゲームなどの娯楽を対象とした数学
- 専門の論文誌: Journal of Recreational Mathematics.
- 国際会議: FUN with Algorithms.
- 「楽しい」ものは有意義である。



目次

- ピザ・パズル
- 悪魔との賭け
- ジャンケンの一般化